

LABORATORIUM OPTYKI GEOMETRYCZNEJ I INSTRUMENTALNEJ

(specjalność optometria)

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

WADY SOCZEWEK

I. Cel ćwiczenia

Zapoznanie z niektórymi wadami soczewek i pomiar aberracji sferycznej, chromatycznej i astygmatyzmu badanych soczewek. Obserwacja komy i dystorsji obrazu.

II. Zakres wymaganych zagadnień:

- bieg promieni przez soczewki
- powstawanie obrazów
- równanie soczewki
- ognisko i ogniskowa soczewki
- rodzaje aberracji optycznych
- dyspersja

III. Wprowadzenie

Teoria Gaussa dotycząca odwzorowań optycznych (tworzenia obrazów przy pomocy soczewek) podaje dla soczewki cienkiej wzór zwany równaniem soczewki:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

gdzie:

x - odległość przedmiotu świecącego od środka optycznego soczewki,

y - odległość obrazu od środka optycznego soczewki,

n - współczynnik załamania materiału, z którego zrobiona jest soczewka,

r_1 , r_2 - promienie krzywizny powierzchni ograniczających soczewkę, (przy czym przyjmujemy, że, $R > 0$, jeśli powierzchnia ta jest wypukła na zewnątrz, a $R < 0$, jeśli powierzchnia ta jest wypukła do wewnątrz soczewki, czyli jeśli jest wklęsła).

Prawa strona równania (1) zawiera tylko wielkości charakterystyczne dla danej soczewki, a więc jej wartość nie zależy od położenia przedmiotu i obrazu, jak i kątów nachylenia promieni światła względem osi optycznej soczewki.

Wartość wyrażenia

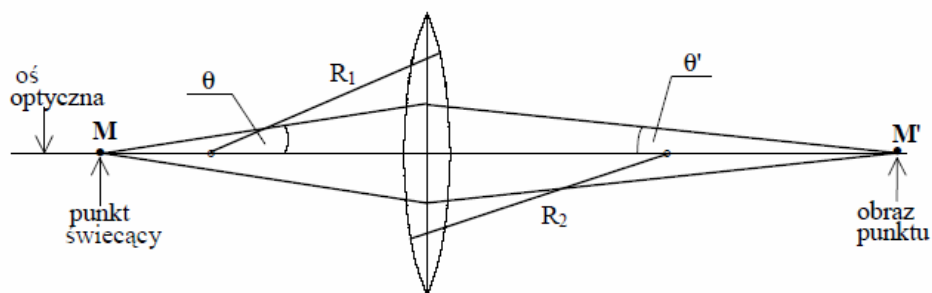
$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (2)$$

stała dla danej soczewki (w przypadku światła monochromatyczne) nosi nazwę zdolności zbierającej soczewki (D), a jej odwrotność - ogniskowej soczewki (f).

Równanie soczewki (1) jest słuszne tylko przy założeniu, że przedmiot umieszczony jest na osi optycznej soczewki i że kąty nachylenia θ promieni względem osi optycznej są bardzo małe, a więc można przyjąć, że $\sin(\theta) = \theta$ (dla promieni przyosiowych). Teoria Gaussa oparta na tym przybliżeniu jest znana również jako teoria I rzędu, gdyż w rozwinięciu funkcji $\sin(\theta)$ w szeregu

$$\sin(\theta) = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

wyrazy wyższych rzędów się zaniedbuje.



Rys.1. Schemat prostego układu optycznego

W praktycznych układach optycznych apertury są zwykle tak duże, że promienie przyosiowe stanowią zaledwie niewielką część promieni tworzących obraz (apertura - kąt zawarty między skrajnym promieniem wchodzącym np. do obiektywu a osią optyczną jego soczewek). Dla promieni o dużych kątach nachylenia θ względem osi optycznej wzory wynikające z teorii Gaussa odbiegają od rzeczywistości - różnice te są miarą aberracji sferycznej i zniekształceń obrazów.

Ludwig von Seidel rozwinął teorię Gaussa, uwzględniając wyrazy III rzędu w rozwinięciu $\sin(\theta)$, jak również promienie skośne (tzn. wychodzące z przedmiotu nieleżącego na osi optycznej soczewki). Teoria Seidela zwana również teorią III-ego rzędu rozszerza teorię Gaussa dodając do niej 5 poprawkowych wyrażań, które przyjmują wartości zerowe w przypadku, gdy rozważane promienie zachowują się tak samo jak promienie przyosiowe opisane równaniem (1).

Jeśli jedno lub więcej z tych wyrażań różni się od zera, to mówimy, że promienie nie zachowują się zgodnie z teorią Gaussa lub, że soczewka posiada wady - aberracje. Poprawkowe wyrażenia Seidela są podstawą do klasyfikacji pięciu aberracji III rzędu. Są nimi:

1. aberracja sferyczna,
2. koma,
3. astygmatyzm,
4. krzywizna obrazu,
5. dystorsja.

Wymienione wyżej wady soczewek dotyczą światła monochromatycznego. Przy użyciu światła białego, z powodu dyspersji szkła, z którego zrobiona jest soczewka, pojawiają się dodatkowo dwie aberracje: aberracja chromatyczna podłużna i poprzeczna. Teoretycznie problem tworzenia obrazu pozbawionego aberracji wprowadzonych przez dany układ optyczny polega na dobraniu promieni krzywizny w taki sposób, aby każde z pięciu wyrażań Seidela było równe zero.

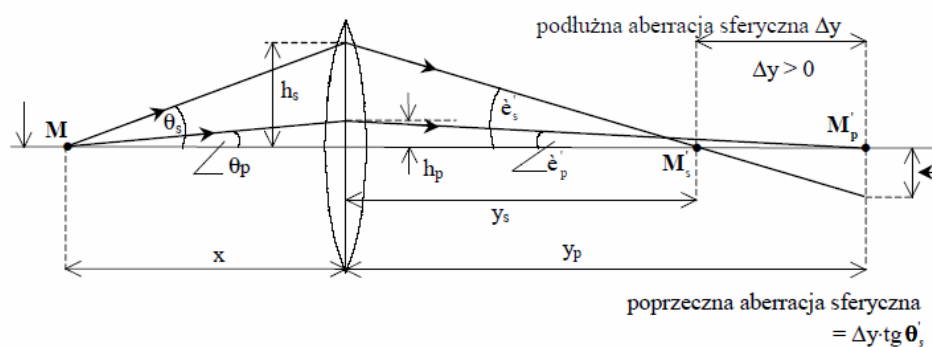
W praktyce te poprawkowe równania Seidela są mało przydatne, ponieważ żaden układ optyczny nie zawiera dostatecznej liczby powierzchni załamujących, aby zapewnić znikanie wszystkich pięciu wyrażeń.

Układy optyczne mają na celu wyeliminowanie lub przynajmniej zredukowanie do minimum omawianych wad.

III.1 Aberracja sferyczna

Układ optyczny (lub pojedyncza soczewka) posiada aberrację sferyczną, jeżeli pierwsze poprawkowe wyrażenie Seidela jest różne od zera. Fizycznie oznacza to, że wiązka promieni wychodzących z punkтового przedmiotu znajdującego się na osi optycznej, po przejściu przez soczewkę nie zachowuje się zgodnie z teorią I rzędu - promienie nie przecinają się ponownie w jednym punkcie obrazu.

Promienie skrajne (duże θ), przechodzące przez zewnętrzną strefę soczewki skupiają się w punkcie leżącym bliżej soczewki niż promienie przyosiowe (małe θ), przechodzące przez środek soczewki (rys.2).



Rys.2. Powstawanie aberracji sferycznej

Miarą podłużnej aberracji sferycznej danej strefy soczewki jest odległość mierzona wzdłuż osi optycznej pomiędzy punktem przecięcia promieni, które przeszły przez badaną strefę soczewki, a punktem przecięcia promieni przyosiowych. Podłużna aberracja sferyczna zmienia się w przybliżeniu proporcjonalnie do kwadratu promienia h strefy soczewki, przez którą przechodzi światło:

$$\Delta y \sim h^2 \quad (3)$$

Podłużna aberracja sferyczna zależy również od odległości przedmiotu od soczewki x i z tego względu dla jednoznaczności określenia umawiamy się, że wyznacza się ją dla przedmiotu umieszczonego w bardzo dużej odległości od soczewki ($x/h \gg 1$). Pomijając dość skomplikowane i obszerne obliczenia teoretyczne, można podać relację określającą podłużną aberrację sferyczną dla soczewki płasko-wypukłej, na którą pada równoległa wiązka światła:

$$\Delta y = y(0) - y(h) = \frac{1}{2} \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 \left(\frac{h}{f_0} \right)^2 f_0 \quad (4)$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania światła materiału soczewki, f_0 - ogniskową soczewki dla promieni przyosiowych ($h \rightarrow 0$).

Duża odległość przedmiotu od soczewki (wiązka padająca na soczewkę jest prawie równoległa) sprawia, że umowną miarą aberracji podłużnej danej strefy jest różnica

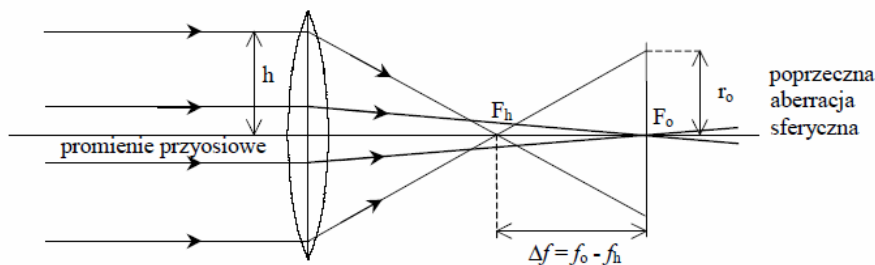
między ogniskowymi dla promieni przyosiowych i promieni przechodzących przez badaną strefę (wzór (4) i rys.3)

$$\Delta y = \Delta f = f_0 - f_h \quad (5)$$

Przyjęto, że podłużna aberracja sferyczna ma wartość dodatnią, gdy promienie skrajne przecinają oś bliżej soczewki niż promienie przyosiowe, w przeciwnym przypadku wartość aberracji podłużnej przyjmuje się za ujemną (stąd w relacji (5) od f_0 odejmujemy f_h a nie odwrotnie).

Gdy na soczewkę pada szeroka równoległa wiązka światła monochromatycznego, zamiast ogniska punktowego obserwujemy na ekranie prostopadłym do osi soczewki krążek świetlny. Promień krążka r_0 w płaszczyźnie ogniskowej F_0 jest miarą tzw. poprzecznej aberracji sferycznej (rys.3).

Znając wartość aberracji podłużnej i promień badanej strefy soczewki można wyliczyć wartość aberracji poprzecznej.



Rys.3. Aberracja sferyczna podłużna i poprzeczna.

Z rysunku 3 wynika zależność

$$\frac{r_0}{\Delta f} = \frac{h}{f_h}$$

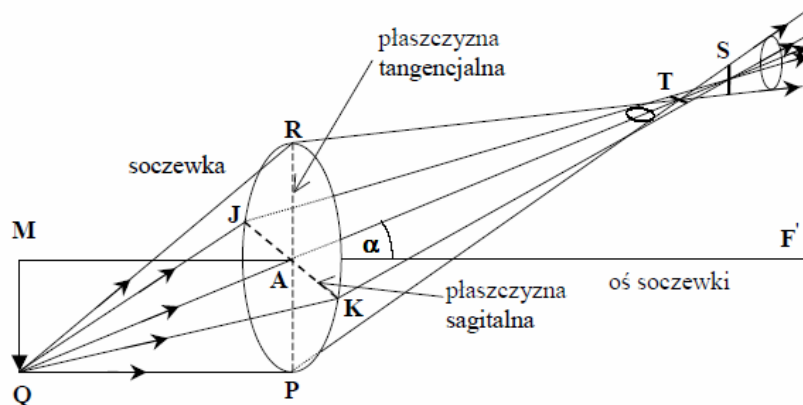
stąd

$$r_0 = \frac{h}{f_h} \Delta f \quad (6)$$

III.2 Astygmatyzm.

Jeżeli dwa pierwsze poprawkowe wyrażenia Seidela są równe zero, wszystkie promienie wychodzące z punktów leżących na osi lub bardzo blisko soczewki będą tworzyć obrazy punktowe i nie wystąpi ani aberracja sferyczna, ani tzw. koma.

Jeżeli jednak przedmiot punktowy umieszczony jest poza osią optyczną soczewki, punktowy obraz zostanie utworzony tylko wtedy, gdy również trzecie wyrażenie Seidela będzie równe zero. W przeciwnym wypadku mówi się, że soczewka obrazowa jest obciążona astygmatyzmem, a o obrazie mówimy, że jest astygmatyczny (stigma - z greckiego oznacza punkt).



Rys.4. Tworzenie obrazu astygmatycznego przez soczewkę

Wiązka świetlna padająca na soczewkę wychodzi z punktowego przedmiotu Q leżącego w pewnej odległości od osi soczewki. Wszystkie promienie zawarte w płaszczyźnie głównej soczewki tzn. przechodzącej przez promień główny i oś optyczną soczewki (w płaszczyźnie tangencjalnej) przecinają się w punkcie T, natomiast promienie zawarte w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny głównej (sagitalnej), przecinają się w punkcie S. Płaszczyzny tangencjalna i sagitalna przecinają soczewkę odpowiednio wzdłuż odcinków RP i JK. Ze względu na to, że punkt przecięcia dla promieni biegnących w płaszczyźnie sagitalnej leży dalej niż dla promieni w płaszczyźnie tangencjalnej, w punkcie T powstaje tzw. obraz tangencjalny w kształcie odcinka prostopadłego do płaszczyzny głównej (na rys.4 odcinek poziomy), natomiast w punkcie S powstaje obraz sagitalny – odcinek prostopadły do poprzedniego, leżący w płaszczyźnie głównej (na rys.4 odcinek pionowy). Promienie zawarte w płaszczyznach pośrednich będą również przechodzić przez te dwa obrazy liniowe w punktach T i S. W położeniach pośrednich między T i S obraz jest elipsą. W punkcie leżącym w przybliżeniu pośrodku między T i S obie osie elipsy są równe - obraz jest postacią koła, które nazywamy kołem najmniejszego zniekształcenia.

Miarą astygmatyzmu jest odległość między obrazem tangencjalnym i sagitalnym mierzona wzdłuż promienia głównego (promień główny - taki, który przechodzi przez punkt przedmiotowy i środek soczewki). Odległość ta zwana również różnicą astygmatyczną bardzo nieznacznie zależy od odległości przedmiotu świecącego od soczewki. Astygmatyzm rośnie w przybliżeniu proporcjonalnie do tangensa kąta nachylenia promienia głównego względem osi optycznej soczewki.

$$a \sim \text{tg}(\alpha) \quad (7)$$

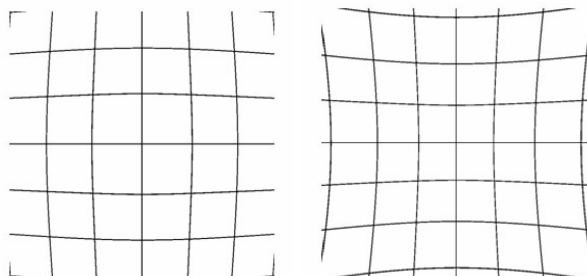
Mówimy, że wartość astygmatyzmu jest dodatnia, gdy obraz tangencjalny (główny) powstanie bliżej soczewki niż obraz sagitalny (drugorzędny). W przeciwnym wypadku - wartość astygmatyzmu jest ujemna.

III.3. Koma

Aberracja komatyczna polega na tym, że wiązka promieni świetlnych wychodząca z punktu położonego poza oś optyczną tworzy po przejściu przez układ plamkę w kształcie przecinka lub komety. Stopień zniekształcenia jest tym większy im dalej od osi optycznej układu znajduje się źródło światła. Obiekt lub układ optyczny wolny od komy nazywa aplanatem.

III.4. Dystorsja

Jest to wada układu optycznego polegająca na różnym powiększeniu obrazu w zależności od jego odległości od osi optycznej instrumentu. W zależności od kształtu zniekształcenia wyróżnia się dystorsję beczkową i poduszkową (rys.5).

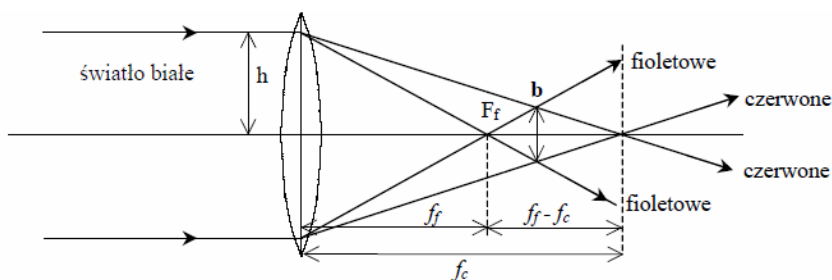


Rys.5. Przykłady dystorsji optycznej

III.5. Aberracja chromatyczna.

Wady soczewek wynikające z teorii III rzędu dotyczą światła monochromatycznego – nie uwzględnia się zależności współczynnika załamania od długości fali światła. Wartości współczynników załamania wszystkich optycznych materiałów rosną wraz ze zmniejszaniem się długości fali światła ulegającego załamaniu.

Wielkość $\frac{dn}{d\lambda}$ nazywa się dyspersją danego środowiska (np. szkła soczewki). Dyspersja zależy od typu szkła, jest również funkcją długości fali. Ponieważ do wzoru na ogniskową soczewki wchodzi współczynnik załamania materiału soczewki n , więc wartość ogniskowej będzie różna dla światła o różnej długości fali. (o różnych barwach). Z tego względu promienie światła o różnych barwach padające jako wiązka równoległa na soczewkę zbierającą, przecinają się po przejściu przez soczewkę w różnych punktach (rys. 6).



Rys.6. Aberracja chromatyczna

Najkrótszą ogniskową mają promienie fioletowe, najdłuższą - czerwone. Za miarę podłużnej aberracji chromatycznej przyjmuje się wartość $f_c - f_f$, gdzie f_c - ogniskowa dla światła czerwonego (linii C Fraunhofera $\lambda = 656,3$ nm), f_f - ogniskowa dla światła fioletowego (linii F Fraunhofera $\lambda = 486,1$ nm).

Aberracja chromatyczna powoduje zabarwienie krawędzi obrazów obserwowanych w świetle białym. W przypadku pokazanym na rysunku 5, na ekranie umieszczonym w ognisku F_f otrzymamy krążek o czerwonym zabarwieniu krawędzi, a w ognisku F_c - o fioletowym zabarwieniu krawędzi. Najmniejszą średnicę krążka otrzymuje się między F_c i F_f (b na rysunku 6). Jest ona miarą poprzecznej aberracji chromatycznej.

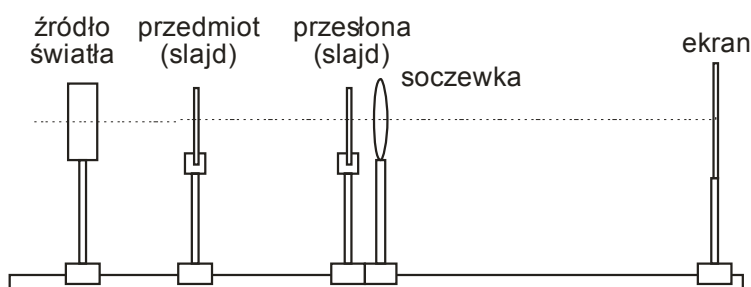
Podłużną aberrację chromatyczną można wyznaczyć przez pomiar f_f i f_c . Znając z kolei wartość podłużnej aberracji chromatycznej oraz długość jednej z ogniskowych f_c lub f_f można wyznaczyć wartość poprzecznej aberracji chromatycznej wg wzoru (8)

$$b = 2 \frac{f_c - f_f}{f_c + f_f} h \quad (8)$$

gdzie h jest promieniem strefy soczewki, przez którą przechodzi światło (patrz rys.6).

IV. Układ pomiarowy

Układ pomiarowy oraz rozmieszczenie poszczególnych jego elementów pokazuje rysunek 7. Poniżej zebrano wskazówki ułatwiające zestawienie układu do pomiaru poszczególnych aberracji.



Rys.7. Układ do pomiaru aberracji sferycznej, astygmatyzmu i aberracji chromatycznej

V. Pomiary i obliczenia.

V.1 Aberracja sferyczna - podłużna i poprzeczna

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródło światła oraz przesłonę ze strzałką.
2. Ustawić soczewkę (małą) między ekranem a źródłem światła i przesłonić ją przesłoną z jednym otworem w środku.
3. Po utworzeniu ostrego obrazu dla danej barwy światła na ekranie znaleźć odległości: świecącej strzałki i ekranu od soczewki, odpowiednio x_0 i y_0 (w przybliżeniu od brzegów koników).
4. Pomiary opisane w punkcie 3 wykonać dla pięciu różnych wartości x_0 i y_0 .
5. Wyznaczyć ogniskową soczewki f_0 .
6. W sposób opisany w punktach 2, 3, 4, wyznaczyć ogniskowe dla innych stref soczewki f_1, f_2, f_3, f_4 używając przesłon z otworami w kształcie pierścieni rozmieszczonych coraz dalej od środka.
7. Wyznaczyć przy pomocy linijki promienie stref soczewki h_i ($i = 1, 2, 3, 4$), przez które przechodzi światło (tj. odległość od środka wycięcia pierścieniowego). Wyniki umieścić w tabeli.
8. Obliczyć wartość podłużnej aberracji sferycznej dla różnych stref soczewki i sporządzić wykresy:

$$\Delta f = G(h)$$

$$\frac{\Delta f}{f_0} = W\left(\frac{h}{f_0}\right)$$

$\frac{\Delta f}{f_0}$ i $\frac{h}{f_0}$ wyrazić w procentach.

9. Obliczyć wartość poprzecznej aberracji sferycznej dla $h_{\max} = h_3$ ze wzoru

$$r_0 = \frac{h_3}{f_3} \Delta f_3$$

V.2 Aberracja chromatyczna - podłużna i poprzeczna.

Z powodu braku możliwości wyznaczenia f_c i f_f dla odpowiednich linii Fraunhofera, należy wyznaczyć aberrację chromatyczną dla światła czerwonego i niebieskiego.

1. Ustawić na ławie optycznej soczewkę oraz przesłonę ze strzałką.
2. Wyznaczyć pięciokrotnie ogniskową f_c (dla światła czerwonego) i ogniskową f_f (dla światła niebieskiego).
3. Obliczyć wartość podłużnej aberracji chromatycznej $\Delta f = f_c - f_f$ i wyrazić ją w procentach względem "średniej" wartości ogniskowej $f = (f_c + f_f)/2$, tj.

$$\frac{\Delta f}{f} = 2 \frac{f_c - f_f}{f_c + f_f}$$

4. Ustawić przezroczę z pierścieniem, znaleźć ogniskową soczewki i na podstawie wzoru (6) obliczyć wartość poprzecznej aberracji chromatycznej.
5. Przeprowadzić rachunek błędów.

V.3 Astygmatyzm

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródła światła i przesłonę z krzyżem.
2. Ustawić na ławie optycznej soczewkę (mniejszą) z przesłoną mającą duży otwór kołowy w środku.
3. Ustawić soczewkę w takim położeniu, aby obraz świecącego krzyża znajdował się na osi optycznej soczewki (przy kącie skręcenia soczewki $\alpha = 0$). Na ekranie powinien powstać ostry obraz krzyża, leżący również na osi optycznej soczewki.
4. Skręcić soczewkę o kąt $\alpha_1 = 10^\circ$ (promień główny wychodzący z przedmiotu jest wówczas nachylony pod kątem α_1 względem osi soczewki). Przesuwając ekran, znaleźć takie jego położenia, przy których powstają obrazy liniowe: pionowy i poziomy. Wyznaczyć odległość między obu położeniami

$$d = a^+ - a^-$$

a^+, a^- - odczytane na podziałce dwa położenia ekranu.

5. Powtórzyć pomiary opisane w punkcie 4 dla kątów $\alpha = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$.
6. Pomiary z punktów 4 i 5 powtórzyć skręcając soczewkę w przeciwną stronę.

UWAGA: przed przystąpieniem do pomiarów należy sprawdzić czy soczewka daje symetryczne obrazy przy skręceniu w prawo i w lewo.

V.4 Obserwacja komy

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródła światła.
2. Wstawić przesłonę z otworem kołowym tak, aby otwór nie pokrywał się z osią optyczną układu.
3. Na ekranie obserwować komę.

V.5 Obserwacja dystorsji optycznej

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródła światła.
2. Wstawić przesłonę z kratownicą
3. Na ekranie obserwować dystorsję obrazu zarówno dla soczewki zbierającej jak i rozpraszającej.
4. Schematycznie naszkicuj uzyskany obraz.